ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α₁. **(β)**

Α₂. **(γ)**

Α₃. **(α)**

Α₄. **(γ)**

Α₅. **α → Λ, β → Σ, γ → Λ, δ → Σ, ε → Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β₁. **Σωστή είναι η (ii)**

Για την συχνότητα f_1 πριν την κρούση:

$$f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon_s} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{20}} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_s \ (1)$$

Για την κρούση:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon_s = (m+m)\upsilon'_s \Rightarrow \upsilon'_s = \frac{\upsilon_s}{2} = \frac{\upsilon_H}{40}$$

Μετά την κρούση για την συχνότητα f_2:

$$f_2 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon'_s} f_s = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{40}} f_s = \frac{40}{41} f_s \ (2), \quad \text{έτσι: } \frac{f_1}{f_2} \overset{(1),(2)}{=} \frac{\frac{20}{21} f_s}{\frac{40}{41} f_s} = \frac{41}{42}.$$

Β₂. **Σωστή είναι η (iii)**

Όταν σταθεροποιείται η στάθμη στο δοχείο θα πρέπει η παροχή του οριζόντιου σωλήνα να είναι ίση με την παροχή του υγρού στην οπή Ζ, δηλαδή

$$\Pi_\Gamma = \Pi_Z \Rightarrow A_2\upsilon_\Gamma = A_3\upsilon_Z \Rightarrow A_2\upsilon_\Gamma = \frac{A_2}{2}\upsilon_Z \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \frac{\upsilon_Z}{2} \ (1)$$

Για την ταχύτητα υ_Z, από το θεώρημα Torricelli $\upsilon_Z = \sqrt{2gH}$ (2)

Για την ταχύτητα υ_Γ, εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli ανάμεσα στα σημεία (1) και (2)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \ (3), \text{ όπου } P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h \ (4) \text{ και } P_2 = P_{\alpha\tau\mu} \ (5)$$

$$(3) \overset{(4),(5)}{\Rightarrow} \rho g h = \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}\left(\upsilon_\Gamma^2 - \upsilon_\Delta^2\right) \ (6)$$

Από την εξίσωση συνέχειας στα σημεία Δ και Γ:

$$A_1 \cdot \upsilon_\Delta = A_2 \cdot \upsilon_\Gamma \Rightarrow 2A_2\upsilon_\Delta = A_2\upsilon_\Gamma \Rightarrow \upsilon_\Delta = \frac{\upsilon_\Gamma}{2} \ (7)$$

$$(6) \overset{(7)}{\Rightarrow} gh = \frac{1}{2}\left(\upsilon_\Gamma^2 - \frac{\upsilon_\Gamma^2}{4}\right) \Rightarrow gh = \frac{3}{8}\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{8}{3}gh} \ (8)$$

$$(1) \overset{(2),(8)}{\Rightarrow} \sqrt{\frac{8}{3}gh} = \frac{\sqrt{2gH}}{2} \Rightarrow \frac{8}{3}gh = \frac{2gH}{4} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}.$$

B_3. Σωστή είναι η (ii)

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη θέση (ΟΑ) μέχρι την (ΟΔ) λίγο πριν την κρούση για να βρούμε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου λίγο πριν την κρούση.

$$\frac{1}{2}I_{\rho\alpha\beta\delta}\omega_1^2 - 0 = \tau \cdot \varphi \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ML^2\omega_1^2 = FL\frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_1 = 3\pi\frac{r}{s}$$

Για την κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής, αφού έχει καταργηθεί η F, $\Sigma\vec{\tau}_{\varepsilon\xi} = 0$

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow I_{\rho\alpha\beta\delta}\omega_1 = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau}\omega_2 \ (1)$$

Για τη ροπή αδρανείας του συστήματος

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = I_{\rho\alpha\beta\delta} + I_{\sigma\omega\mu} \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2 = (1+1)kgm^2 \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = 2kgm^2 \ (2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} \omega_2 = \frac{\omega_1}{2} = \frac{3\pi}{2}rad/s$$

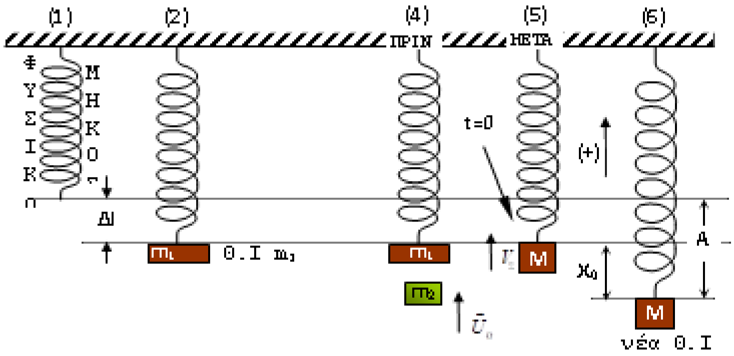
Μετά την κρούση η ράβδος και το σώμα κινούνται με σταθερή $\omega_2 = \frac{3\pi}{2}rad/s$

$$\omega_2 = \frac{\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\theta}{\omega_2} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{3}sec.$$

2

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁.



Στη θέση ισορροπίας του (m_1)

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k \cdot \Delta l \Rightarrow k = \frac{m_1 g}{\Delta l} \Rightarrow k = \frac{10}{0,05}\frac{N}{m} = 200\frac{N}{m}$$

Επειδή η πάνω ακραία θέση του συσσωματώματος είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου και αλλάζει η θέση ισορροπίας, στη νέα θέση ισορροπίας θα ισχύει:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = kA \Rightarrow A = 0{,}1\text{m}$.

Γ₂. Για να βρούμε την V_Σ αμέσως μετά την κρούση

Α.Δ.Ε ταλάντωσης του $(m_1 + m_2)$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_\Sigma^{\,2} + \frac{1}{2}kx_0^{\,2} = \frac{1}{2}kA^2, \text{ με } x_0 = A - \Delta l = 0{,}05\text{m}$$

Οπότε: $V_\Sigma = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\text{m/s}$

Από Α.Δ.Ο για την κρούση

$$m_2 \upsilon_0 = (m_1 + m_2)V_\Sigma \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{3}\text{m/s}$$

Οπότε: $K_2 = \dfrac{1}{2}m_2 \upsilon_0^{\,2} = 1{,}5\text{J}$.

Γ₃. $\Delta\vec{P}_2 = \vec{P}_{2,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{2,\alpha\rho\chi}$

$$|\Delta P_2| = |m_2 V_\Sigma - m_2 \upsilon_0| \Rightarrow |\Delta P_2| = \left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right| \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η κατεύθυνση της $\Delta\vec{P}_2$ είναι αντίθετη της $\vec{\upsilon}_0$, δηλαδή αρνητική.

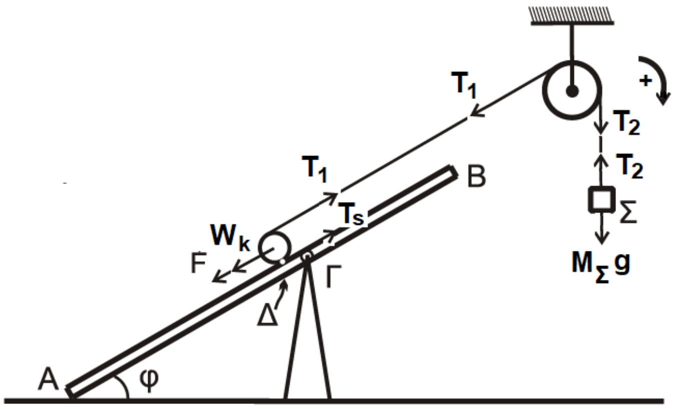
Γ₄. Την $t_0 = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $x_0 = +0{,}05\text{m}$ και έχει $V_\Sigma > 0$.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \underset{x=+x_0}{\overset{t=0}{\Rightarrow}} 0{,}05 = 0{,}1\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ αφού } V_\Sigma > 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10\text{rad/s},$$

Άρα $x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$ (SI).

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>



Δ1. Για το σώμα Σ

$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = M_\Sigma g = 20N$

Για την τροχαλία

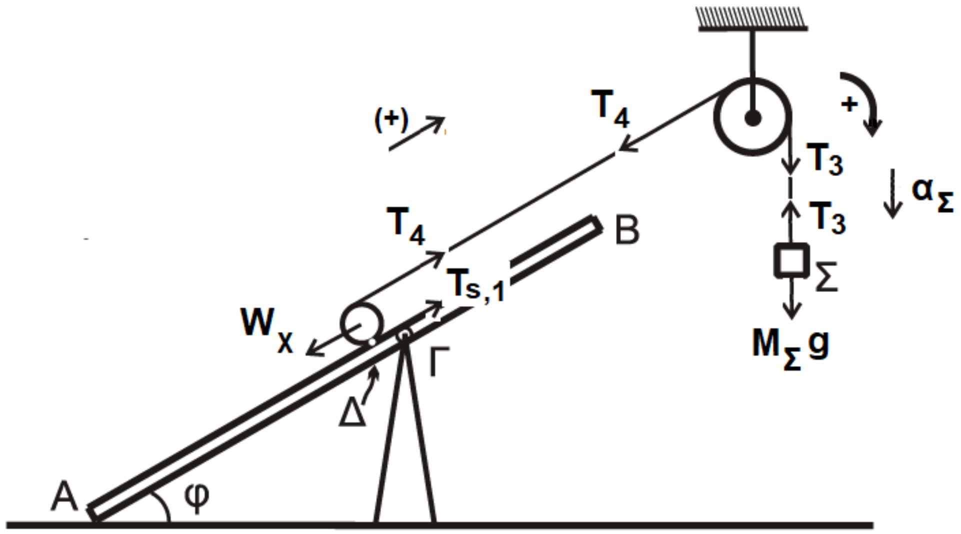
$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_2 R_T - T_1 R_T = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = T_2 = 20N$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_1 + T_s - W_x - F = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F = 2T_1 - M_k g\eta\mu\varphi \Rightarrow F = 40 - 10N = 30N$.

Δ2. Η ταχύτητα του Σ είναι $\upsilon_\Sigma = \omega_T R_T \Rightarrow \alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma,T} R_T$ (1)



Επίσης $\upsilon_\Sigma = \upsilon_{\sigma\chi o\iota\nu} = 2\upsilon_{cm}$, άρα και $\alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm}$ (2)

Ισχύει όμως ότι $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma,k} R_k$ (3)

Για το σώμα Σ

$\Sigma F = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow M_\Sigma g - T_3 = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow 20 - T_3 = 2\alpha_\Sigma$ (4)

Για τη τροχαλία

$$\Sigma\tau = I_{\tau\rho}\alpha_{\gamma,T} \Rightarrow T_3 R_T - T_4 R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^{\,2} \Rightarrow T_3 - T_4 = \frac{1}{2} M_T \alpha_\Sigma \Rightarrow T_3 - T_4 = \alpha_\Sigma \text{ (5)}$$

$(4),(5) \Rightarrow 20 - T_4 = 3\alpha_\Sigma$ (6)

Για τον κύλινδρο

$$\Sigma\tau = I_k \alpha_{\gamma,k} \Rightarrow T_4 R_k - T_{s,1} R_k = \frac{1}{2} M_k R_k{}^2 \alpha_{\gamma,k} \Rightarrow T_4 - T_{s,1} = \frac{1}{2} M_k \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$\Rightarrow T_4 - T_{s,1} = \alpha_{cm}$ (7)

Επίσης $\Sigma F_x = M_k \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{s,1} - M_k g\eta\mu\varphi = M_k \alpha_{cm} \Rightarrow T_4 + T_{s,1} = 2\alpha_{cm} + 10$ (8)

$$(7),(8) \Rightarrow 2T_4 = 3\alpha_{cm} + 10 \Rightarrow T_4 = \frac{3}{2}\alpha_{cm} + 5 \overset{(2)}{\Rightarrow} T_4 = \frac{3}{4}\alpha_\Sigma + 5 \quad (9)$$

$$(6) \overset{(9)}{\Rightarrow} 20 - \frac{3}{4}\alpha_\Sigma - 5 = 3\alpha_\Sigma \Rightarrow 15 = 3\alpha_\Sigma + \frac{3}{4}\alpha_\Sigma \Rightarrow 15 = \frac{15}{4}\alpha_\Sigma \Rightarrow \alpha_\Sigma = 4m/s^2$$

Οπότε και $\alpha_{cm} = \frac{\alpha_\Sigma}{2} = 2m/s^2$.

Δ3. Η ταχύτητα που θα έχει την $t_1 = 0,5sec$, θα είναι $\upsilon_1 = \alpha_{cm} t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_1 = 1m/s$

Στη συνέχεια της κίνησης θα ισχύει

$$\Sigma F_x = M_k \alpha_{cm,1} \Rightarrow T_{s,1} - M_k g\eta\mu\varphi = M_k \alpha_{cm,1} \Rightarrow T_{s,1} = 2\alpha_{cm,1} + 10 \quad (10)$$

$$\Sigma\tau = I_k \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow -T_{s,1} R_k = \frac{1}{2} M_k R_k{}^2 \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow T_{s,1} = -\frac{1}{2} M_k \alpha_{cm,1} \Rightarrow T_{s,1} = -\alpha_{cm,1} \quad (11)$$

$$(10) \overset{(11)}{\Rightarrow} -\alpha_{cm,1} = 2\alpha_{cm,1} + 10 \Rightarrow \alpha_{cm,1} = -\frac{10}{3} m/s^2 \Rightarrow |\alpha_{cm,1}| = \frac{10}{3} m/s^2$$

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_1 - |\alpha_{cm,1}|\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\upsilon_1}{|\alpha_{cm,1}|} = 0,3s$$

Οπότε: $t_2 = t_1 + \Delta t = 0,8sec$.

Δ4. Από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 0,5sec$

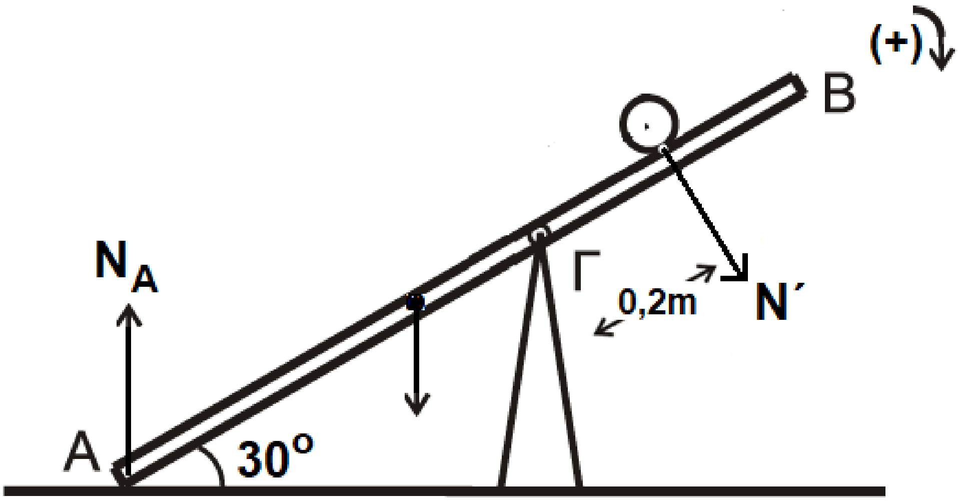
$$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t_1{}^2 = 0,25m$$

Από $t_1 = 0,5sec$ έως $t_2 = 0,8sec$

$$s_2 = \upsilon_1 \Delta t - \frac{1}{2}|\alpha_{cm,1}|\Delta t^2 \Rightarrow s_2 = \left(0,3 - \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}\cdot 0,09\right)m = 0,15m$$

Οπότε: $s_{o\lambda} = s_1 + s_2 = 0,4m$.

Δ5. Αρκεί να εξασφαλίσουμε ότι στη θέση που σταματά ο κύλινδρος δεν θα ανατραπεί, δηλαδή $N_A \geq 0$.



Η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στη σανίδα θα είναι: $N' = N = M_k g συνφ \Rightarrow$

$\Rightarrow N' = 10\sqrt{3}N$

Για τη σανίδα

$$Στ_{(Γ)} = 0 \Rightarrow N' \cdot 0,2 + N_A (ΑΓ) συν30^o - Mg\left(\frac{1}{2} - ΒΓ\right) συν30^o = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} + N_A \cdot 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 20 \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow N_A \cdot 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_A \cdot 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow N_A = 2,4N.$$

Οπότε δεν ανατρέπεται σε καμία άλλη θέση μέχρι να σταματήσει ο κύλινδρος._